

手回し発電機の出力について

伊藤 新一郎

新学習指導要領で小学校6年生の理科に新単元「電気の利用」が導入されたこともあり、手回し発電機は児童・生徒にとって身近な存在となりつつある。手回し発電機は、簡単には、手の力で手回し発電機の中のモーターを回転させて、電磁誘導により発電を行うというものであるが、どのような出力が得られているのか考察を行ったので報告する。また、数値計算によるシミュレーションと実際の手回し発電機の出力とを比較したので併せて報告する。

【キーワード】手回し発電機 モーター シミュレーション 脈流 探究活動

はじめに

新学習指導要領で小学校6年生の理科に新単元「電気の利用」が導入され、手回し発電機は児童・生徒にとって身近な存在となりつつある。発電については、中学校2年生の「電流と磁界」の単元で、「電磁誘導と発電」という項目で学習するが、原理的なものが中心である。

また、発電機はモーターを外力によって回転させることにより発電するものであるが、モーターのしくみについても、中学校2年生の「電流と磁界」の単元の、「磁界中の電流が受ける力」という項目で学習する。ここではモーターの原理の学習が中心なので、磁界中に1つのコイルが置かれた場合を扱うのが一般的である。

実際のモーターは、図1に示されているように、3つのコイルが互いに120°の角度をなして配置されており、これが磁界中（磁界はコイルの外側に置かれた2つの永久磁石により与えられる）で回転するので現象は複雑である。本稿では、この3つのコイルが磁界中で回転する実際の発電機の出力について考察を行ったので報告する。また、数値計算によるシミュレーションと実際の手回し発電機の出力とを比較したので併せて報告する。

1 手回し発電機の出力

ファラデーの電磁誘導の法則によると、N回

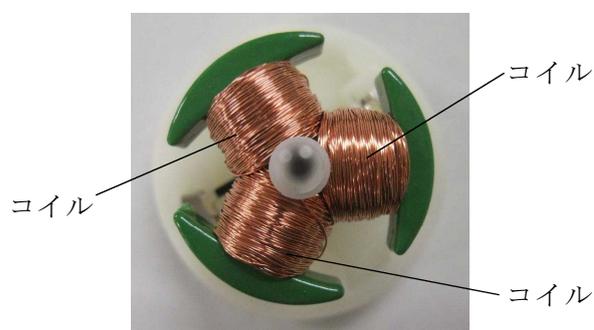


図1 モーター内の3つのコイル（光電池用モーター）

巻きのコイルに発生する誘導起電力 V は、コイルを貫く磁束を Φ [Wb], 時間を t [s]とすると、

$$V = -N \frac{d\Phi}{dt} \dots (1)$$

で与えられる。

コイルの置かれた場所の磁束密度を B [T]とし、コイルの断面積を A [m²], コイルの軸の磁界に対する角度を θ とおくと、コイルの断面積の磁界に垂直な成分 S [m²]は、

$$S = A \cos \theta$$

となる。

コイルが一定の角速度 ω [rad/s]で回転しているとすると、時刻 t [s]におけるコイルの軸の磁界に対する角度 θ は、 $\theta = \omega t$ と書けるので、時刻 t [s]にコイルを貫く磁束 Φ [Wb]は、

$$\Phi = BS = BA \cos \theta \dots (2)$$

となる。

式(2)を式(1)に代入し、磁束密度Bは一定であると仮定すると、

$$\begin{aligned} V &= -N \frac{BA \, d \cos \omega t}{d t} \\ &= NBA \omega \sin \omega t \\ &= V_0 \sin \omega t \quad \dots (3) \end{aligned}$$

ただし、 $V_0 = NBA \omega$ とおく。

となる。

ところで、前述のように、モーターの中には3つのコイルが配置されており、図2のようにコミテーターを介して1本につながっている^{*1)} (コミテーターとブラシで整流子の役割をしている)。

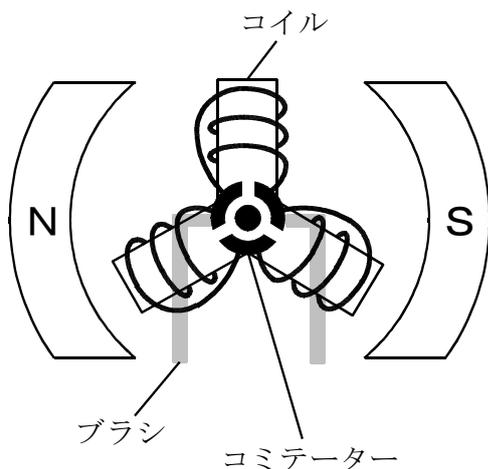


図2 コミテーターとコイル

図3のように3つのコイルにA, B, Cと名前をつけ、磁界の向きをx軸正の向きにとり、コイルAの軸と磁界とのなす角を θ とおく。

まず、 $0 \leq \theta < 60^\circ$ のときを考える。

このとき、コイルA, Bはy軸正の領域にあり、コイルCはy軸負の領域にある。

図3のように θ を増やす向きにモーター(発電機)の軸を回転させると、レンツの法則によりコイルは、コイルを貫く磁界の変化を妨げる

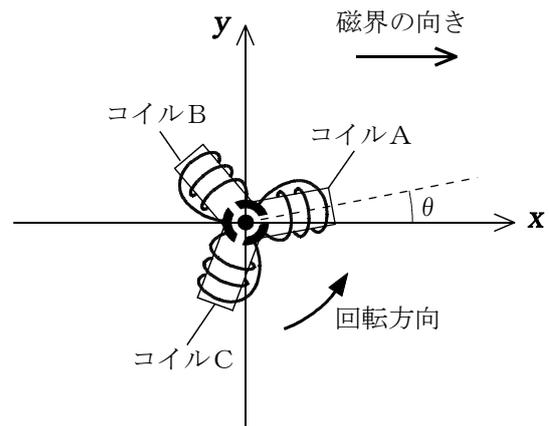


図3 コイルと磁界の関係 ($0 \leq \theta < 60^\circ$)

向きに磁界をつくらうとするので、コイルAの外側の極はN極、コイルBの外側の極もN極、コイルCの外側の極はS極になるようにコイルに電流が流れる。

コイルA~Cの起電力を電池の電気用図記号で表せば、図4のような回路図にかくことができるので、コイルAとコイルBが直列につながれて発電をし、それと並列にコイルCが接続されて発電をしていると考えることができる。

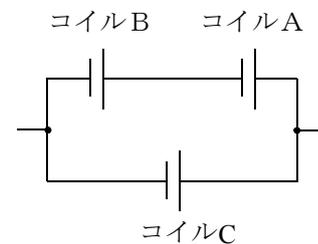


図4 コイルA~Cの起電力の関係 ($0 \leq \theta < 60^\circ$)

ここで、コイルAの時刻 t [s]における起電力を V_A とおくと、式(3)より、

$$V_A = V_0 \sin \omega t$$

と書くことができる。

次に、コイルBの起電力 V_B について考える。コイルBの回転角は、コイルAより $\frac{2}{3} \pi$ [rad] だけ進んでいるので、

$$V_B = V_0 \sin \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi \right)$$

となる。

これを三角関数の加法定理を使って展開すると、

$$V_B = V_0 \left\{ \sin \omega t \cos \frac{2}{3} \pi + \cos \omega t \sin \frac{2}{3} \pi \right\}$$

$$= V_0 \left\{ -\frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right\}$$

となる。

同様に、コイルCの起電力 V_c について考える。コイルCの回転角は、コイルAより $\frac{2}{3} \pi$ [rad] だけ遅れているので、

$$V_c = V_0 \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

となる。

これを三角関数の加法定理を使って展開すると、

$$V_c = V_0 \left\{ \sin \omega t \cos \left(-\frac{2}{3} \pi \right) \right.$$

$$\left. + \cos \omega t \sin \left(-\frac{2}{3} \pi \right) \right\}$$

$$= V_0 \left\{ -\frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right\}$$

$$= -V_0 \left\{ \frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right\}$$

となる。

コイルAとコイルBは直列につながっているので、その出力 V_{AB} は、

$$V_{AB} = V_A + V_B$$

$$= V_0 \sin \omega t$$

$$+ V_0 \left\{ -\frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right\}$$

$$= V_0 \left\{ \frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right\}$$

$$= -V_c$$

と書くことができる。

ところで、コイルCの出力は整流子によって出力の正負が反転されているので、図4の上側

の、コイルAとコイルBが直列につながった部分と、下側のコイルCからの出力電圧は時刻 t がいつであっても全く同じになっていることがわかる。

よって、 $0 \leq \theta < 60^\circ$ のときには、発電機からは、

$$V = V_0 \left\{ \frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right\}$$

$$= V_0 \sin \left(\omega t + \frac{1}{3} \pi \right) \quad \dots (4)$$

の出力電圧が出ていることになる。

ここで、 $0 \leq \omega t < 60^\circ$ なので、出力電圧は正弦曲線の $60^\circ \sim 120^\circ$ に相当する部分になっていることがわかる。

次に、 $60^\circ \leq \theta < 120^\circ$ のときを考える。

このとき、3つのコイルの位置は、図5のようになっており、図4と同様に回路図でかくと、図6のようになる。これは、コイルA～Cが同

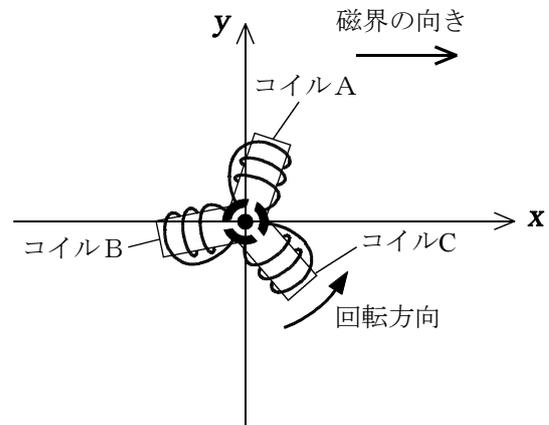


図5 コイルと磁界の関係 ($60^\circ \leq \theta < 120^\circ$)

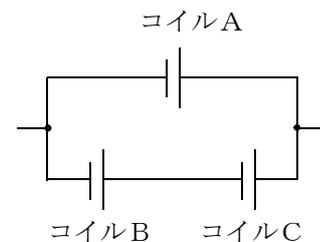


図6 コイルA～Cの起電力の関係 ($60^\circ \leq \theta < 120^\circ$)

じものであることを考えると、図4の上下を入れ替えたものにすぎず、その出力は式(4)で与えられることになる。

同じようにして、 $120^\circ \leq \theta < 180^\circ$ のときを考えると、これは図3において、コイルAがコイルCに、コイルBがコイルAに、コイルCがコイルBに置き換わっているだけで全く同じものである。

よって、この間の出力電圧も式(4)で書くことができる。

以下、 $180^\circ \leq \theta < 240^\circ$, $240^\circ \leq \theta < 300^\circ$, $300^\circ \leq \theta < 360^\circ$ のときについても同様に考えることができ、発電機の軸が1回転する間に、 $0 \leq \theta < 60^\circ$ で考えた出力が6回繰り返されることになることがわかる。

2 シミュレーションと実際の出力電圧の比較

図7は、以上の計算により求めた手回し発電機の出力電圧をエクセルで計算させて得られたグラフである（出力電圧は最大値が1Vになるように規格化してある）。図8は実際の手回し発電機の出力をオシロスコープで観察したものであり、両者はよく一致していることがわかる。

おわりに

手回し発電機から送られる電流は一方向に流れているが、その電圧は図8で見たように時間変化する脈流である。このことは、手回し発電機に電子メロディーをつないで、手回し発電機のハンドルと回して、電子メロディーを鳴らしてみると実感することができる。どんなに一定の速さで滑らかに手回し発電機のハンドルと回しても、鳴るメロディーはへろへろと音程がふらつき、出力電圧が時間変化していることがわかる。

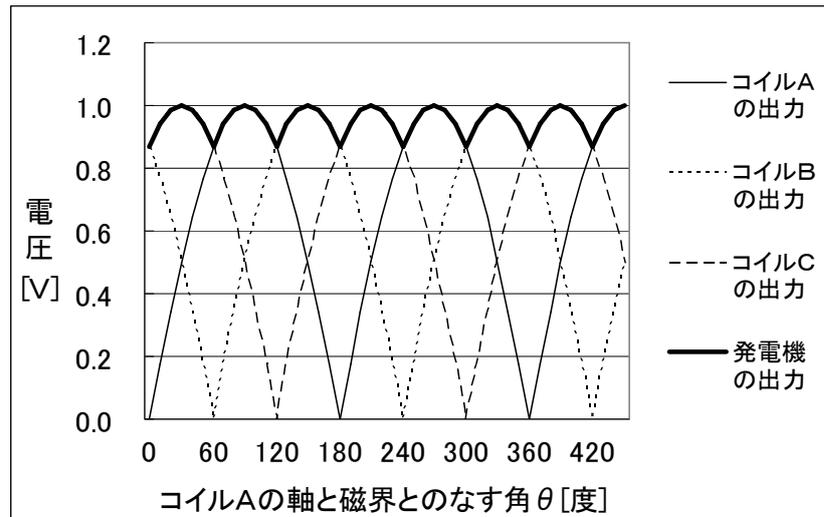


図7 手回し発電機の出力電圧（シミュレーション）

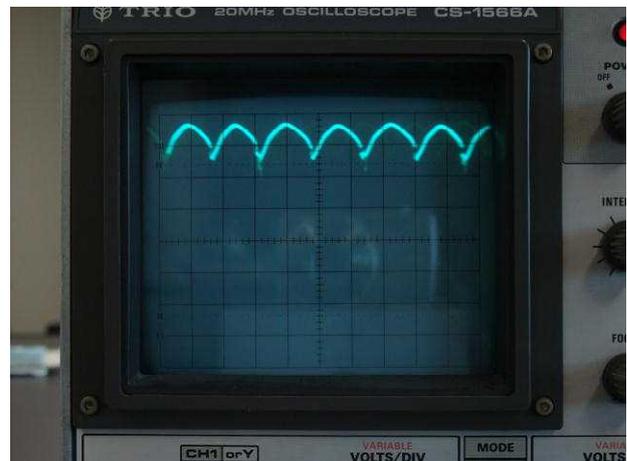


図8 手回し発電機の出力電圧
（オシロスコープ）

本稿で扱った手回し発電機の出力電圧の計算は高校程度の数学の知識があれば可能であるので、数学的な内容も絡めた探求的な活動として用いることもできると考えている。また、その際に、本稿で扱ったシミュレーション等も取り入れると情報の内容も取り入れた活動につながるものと思われる。

参考文献

- 1) マブチモーターHP <http://www.mabuchi-motor.co.jp/motorize/index.html>

（いとう しんいちろう 物理研究班）